

IL PROFILO DELL'ORIZZONTE: CALCOLO E UTILIZZO NEGLI OROLOGI SOLARI GIANPIERO CASALEGNO

ESTRATTO

La conoscenza del profilo azimuth-elevazione dell'orizzonte permette di calcolare le ore di illuminazione del quadrante, di tracciarvi la linea limite del tramonto ed anche tracciare le linee delle ore di luce rimanenti. Quando il profilo non può essere misurato sperimentalmente è possibile calcolarlo a partire dai dati DEM della missione SRTM della NASA.

Introduzione

La linea dell'orizzonte compare normalmente in un O.S. verticale come linea retta orizzontale passante per la base dell'ortostilo.

Questa linea corrisponde alla posizione del sole nell'istante in cui il suo centro geometrico si trova sull'orizzonte teorico del luogo ovvero quando la sua altezza è nulla.

Questa condizione è, per la maggior parte dei luoghi, puramente teorica. A meno che non ci si trovi in riva al mare, quasi sempre una montuosità impedirà di vedere il sole allineato su questo orizzonte teorico: l'alba avverrà quindi più tardi del previsto, il tramonto avverrà prima.

Sarebbe quindi più corretto riportare sull'O.S. la linea vera del profilo dell'orizzonte anziché una retta orizzontale.

Se questo non si fa è anche a causa della difficoltà di ottenere il profilo azimuth/elevazione necessario per tracciare questa linea.

Il sistema più ovvio per ottenere questa informazione è naturalmente quello di usare un teodolite (con questo metodo Luigi Ghia ha disegnato alcuni quadranti in Valle d'Aosta) ma non tutti hanno accesso a questo strumento.

Riccardo Anselmi ha proposto in [1] un metodo originale e semplice che utilizza uno specchio per disegnare direttamente sul posto il profilo proiettato dal gnomone sul quadrante.

In questo lavoro si presenta un metodo puramente numerico che a partire da dati altimetrici disponibili liberamente su internet consente di calcolare, con accuratezza accettabile, il profilo visto da una qualunque località della terra¹.

Si mostra inoltre come il programma Orologi Solari rev. 25.0 possa sia effettuare il calcolo sia utilizzare i dati in vari modi.

¹ I dati DEM vennero usati anche da Ghia e Tasselli in alternativa alle misure sperimentali per il loro Orologio Panoramico [2].

La missione SRTM

Una delle tante missioni effettuate dalle navicelle shuttle è stata dedicata alla misurazione del profilo altimetrico terrestre.

La Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) ha consentito di mappare la superficie compresa tra -60 e + 60 gradi di latitudine.

La figura 1 mostra il principio alla base delle misure. Il segnale radar trasmesso dallo shuttle viene riflesso dalla superficie terrestre ed è raccolto da due antenne distanti tra loro. Lo sfasamento elettrico tra i due segnali dipende dalla distanza del bersaglio e fornisce quindi l'altezza del bersaglio sul livello del mare.

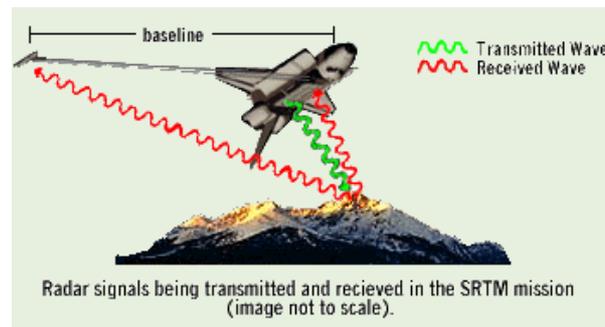


fig. 1 - Principio alla base di SRTM

La precisione in elevazione dichiarata è ± 16 m.

I dati ottenuti (denominati Digital Elevation Models - DEM) sono resi liberamente disponibili dal sito internet CGIAR-CSI [3].

Tutta l'Italia è compresa in 8 file (fig. 2) denominati:

file	latitudine	longitudine
srtm_38_3.asc	45° ÷ 50°	5° ÷ 10°
srtm_38_4.asc	40° ÷ 45°	5° ÷ 10°
srtm_38_5.asc	35° ÷ 40°	5° ÷ 10°
srtm_39_3.asc	45° ÷ 50°	10° ÷ 15°
srtm_39_4.asc	40° ÷ 45°	10° ÷ 15°
srtm_39_5.asc	35° ÷ 40°	10° ÷ 15°
srtm_40_4.asc	40° ÷ 45°	15° ÷ 20°
srtm_40_5.asc	35° ÷ 40°	15° ÷ 20°

che rappresentano le 8 zone geografiche mostrate in figura 3 e comprese tra 35 e 50 gradi di latitudine e tra 5 e 20 gradi di longitudine est.

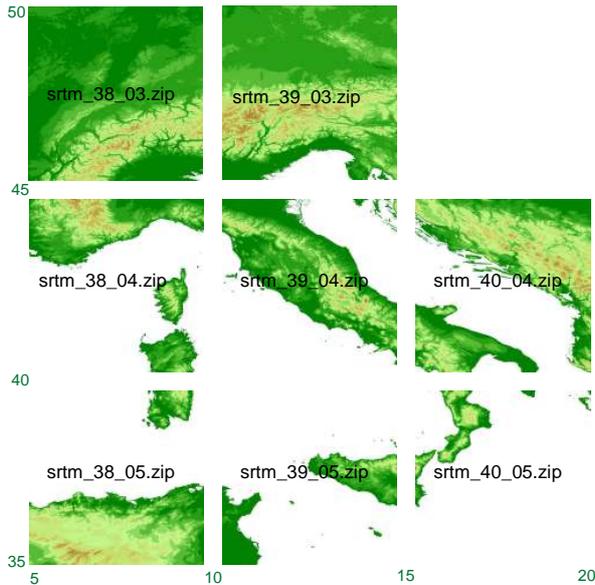


fig. 2 – Dati DEM per l'Italia

L'estensione .asc identifica il formato "arc-formatted ASCII" che è quello utilizzato dal programma Orologi Solari.

La risoluzione orizzontale è di 3 secondi d'arco che corrispondono all'equatore a circa 90 m.

I dati sono raccolti in file di dimensioni pari a circa 150 MB che coprono una superficie di 5 x 5 gradi con 6000 x 6000 punti.

Cinque gradi di latitudine corrispondono circa a 540 Km mentre cinque gradi di longitudine corrispondono ad una distanza variabile con la latitudine: circa 440 Km a 35° e 350 Km a 50°.

Il calcolo del profilo

A partire dai dati DEM è possibile calcolare il profilo dell'orizzonte visto da un osservatore posto in una determinata località. Il procedimento è il seguente.

Partendo dal punto di osservazione O si procede lungo una linea di azimut costante (fig. 3) e si valuta l'angolo

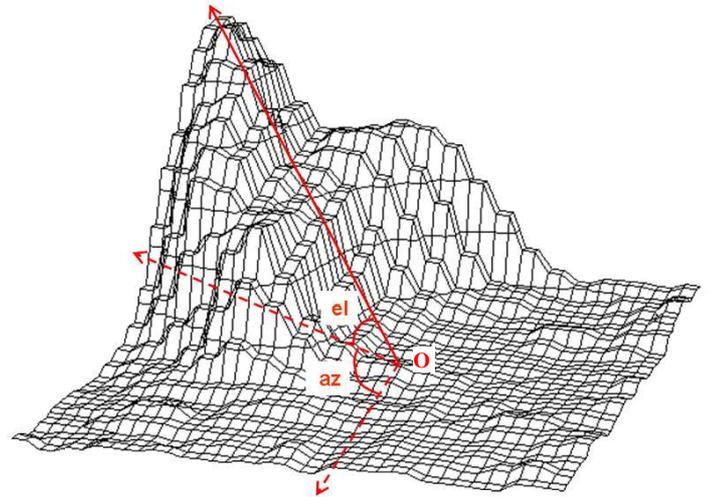


fig. 3 – Calcolo del profilo

di elevazione per ogni casella incontrata: il valore più elevato trovato è il valore di elevazione dell'orizzonte in corrispondenza di quel valore di azimut.

Ripetendo l'operazione a passi di azimut costanti, si ottiene il profilo cercato.

Naturalmente l'errore presente in ogni dato di elevazione e la risoluzione limitata a 90 m limitano l'accuratezza dei risultati.

La precisione ottenibile nel calcolo del valore di elevazione dipende da (fig. 4):

- errore nell'altezza del punto di osservazione (± 16 m)
- errore nell'altezza del punto sull'orizzonte (± 16 m)
- errore nella determinazione della distanza dell'orizzonte (90 m)
- distanza del punto ed è rappresentata in fig. 5.

E' evidente dal grafico (ed è anche facilmente comprensibile) che l'errore è inversamente proporzionale alla distanza dell'orizzonte.

Si verifica dal grafico che a distanze maggiori di 1 Km l'errore è inferiore a $\pm 4^\circ$, a 2 Km scende a $\pm 2^\circ$.

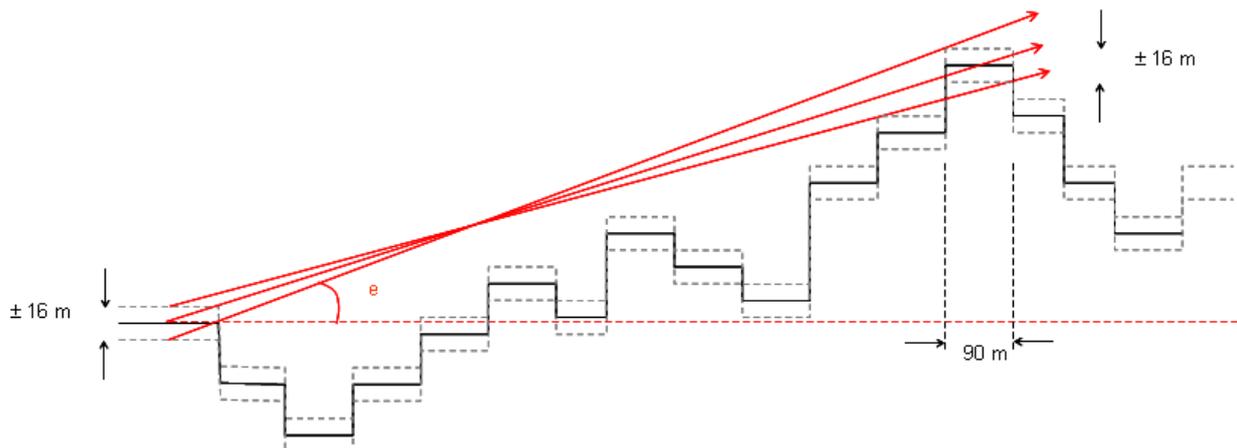


fig. 4 – Valutazione dell'errore nel calcolo di e

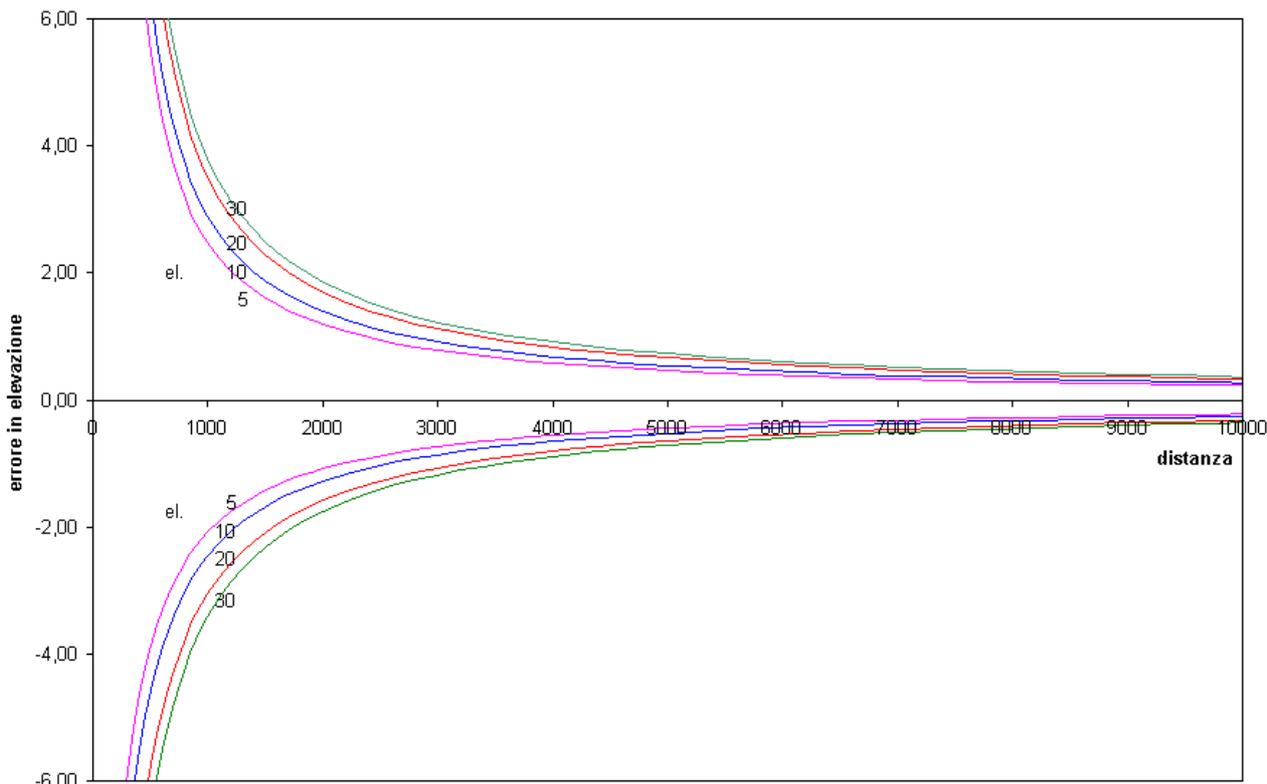


fig. 5 – Errore massimo nel calcolo della elevazione

La risoluzione ottenibile in azimuth dipende da (fig. 6):

- risoluzione orizzontale (90 m)
- distanza del punto

ed è rappresentata in fig. 7.

Anche in questo caso il risultato migliora, come ci si poteva aspettare, all'aumentare della distanza dell'orizzonte.

Risultati e confronti

Alcuni amici gnomonisti mi hanno gentilmente reso disponibili misure da loro effettuate con un teodolite in diverse località.

Ho quindi calcolato il profilo per le stesse località utilizzando i dati DEM ed ho messo a confronto i risultati

nei grafici seguenti.

In fig. 8 il confronto è con le misure di Ghia e Tasselli a Monclassico per il loro Orologio Panoramico [3]. L'errore ottenuto con i dati DEM è inferiore a 1 grado. L'errore massimo si concentra soprattutto in corrispondenza dei picchi; è questo un particolare caratteristico dei dati DEM che viene anche sottolineato negli articoli che analizzano le caratteristiche di questi dati.

La fig. 9 è relativa a misure effettuate da Luigi Ghia. In questo caso l'errore arriva anche a 4 gradi ma è da notare che la distanza dell'orizzonte in questi punti è inferiore ai 1000 m e si confermano quindi le considerazioni derivanti dalle figure 5 e 7.

La fig. 10 contiene il confronto con misure di De Donà.

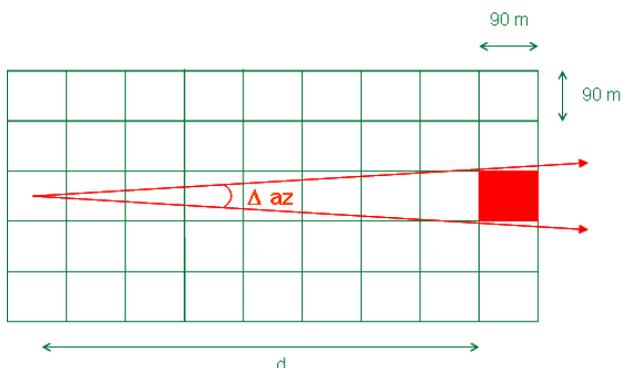


fig. 6 – Valutazione della risoluzione in azimuth

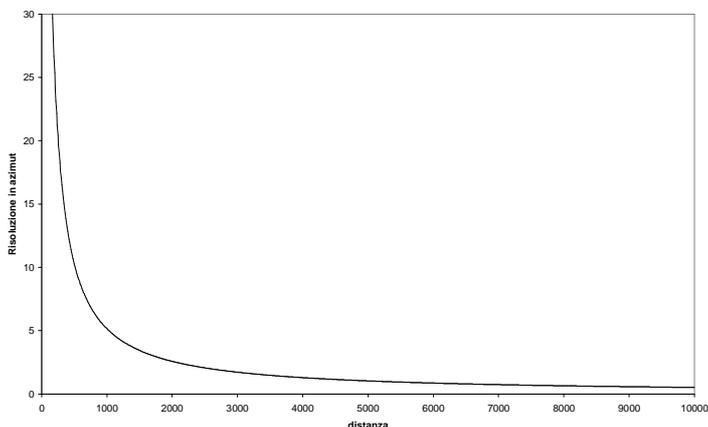


fig. 7 – Risoluzione in azimuth

L'errore massimo è di poco inferiore a 4 gradi ed è ancora relativo a picchi a distanza di circa 1000 m.
Sono anche evidenti zone di bassa risoluzione in azimuth dovute alla vicinanza del profilo ed in accordo al grafico di fig. 7.

I dati di fig. 11 sono ancora di De Donà.
Ancora una volta gli errori massimi sono in corrispondenza dei picchi che risultano sotto stimati.

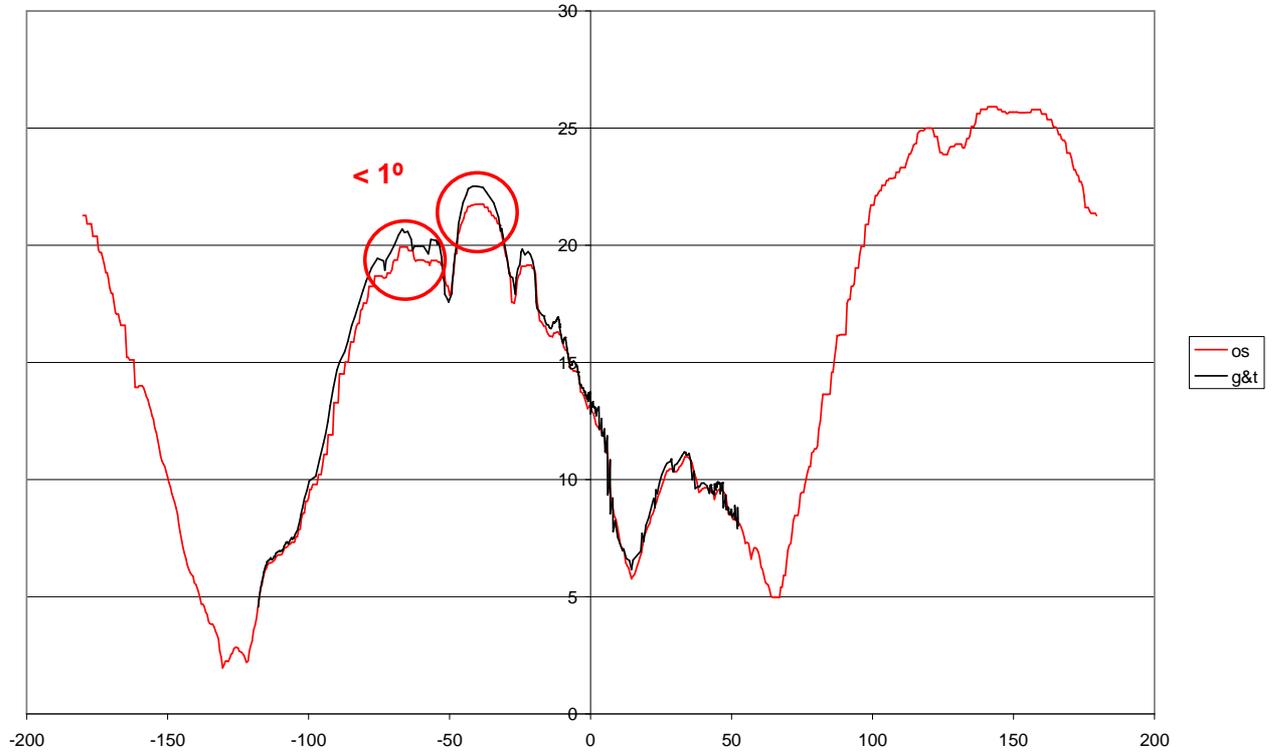


fig. 8 – Monclassico (misure di Ghia e Tasselli)

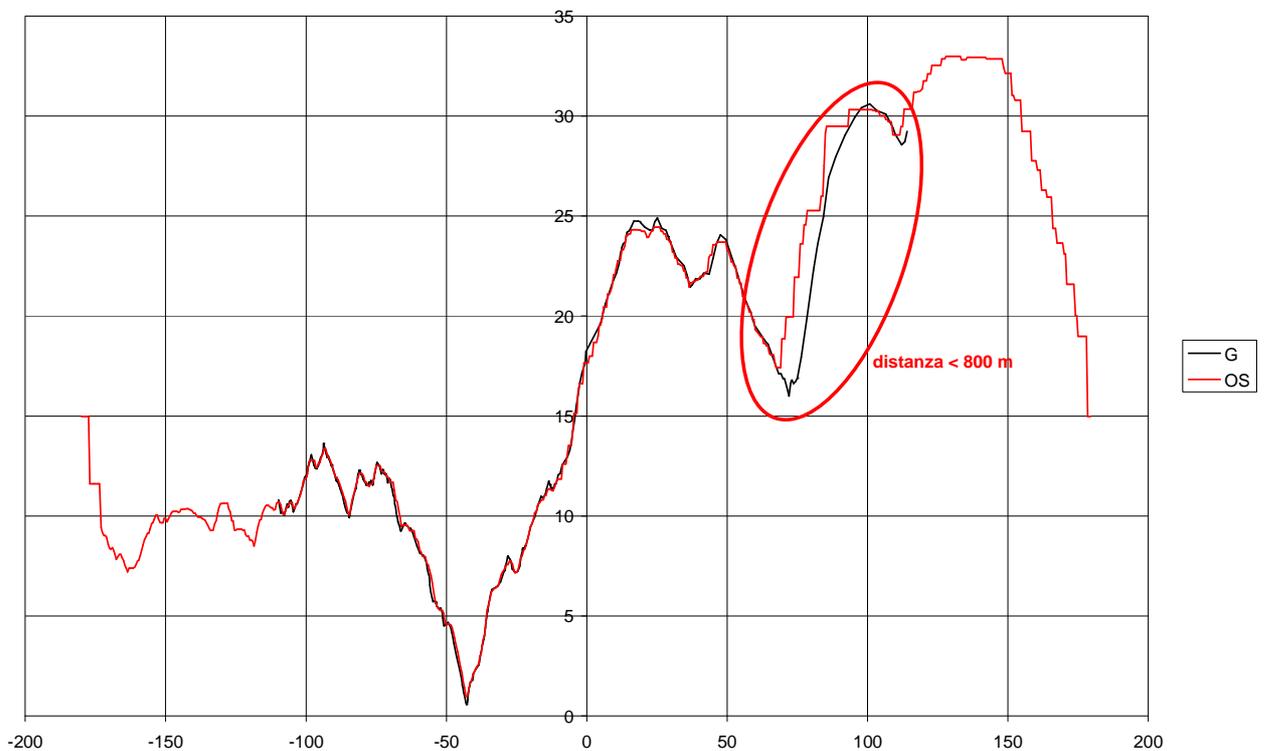


fig. 9 – Lo Pian (misure di Luigi Ghia)

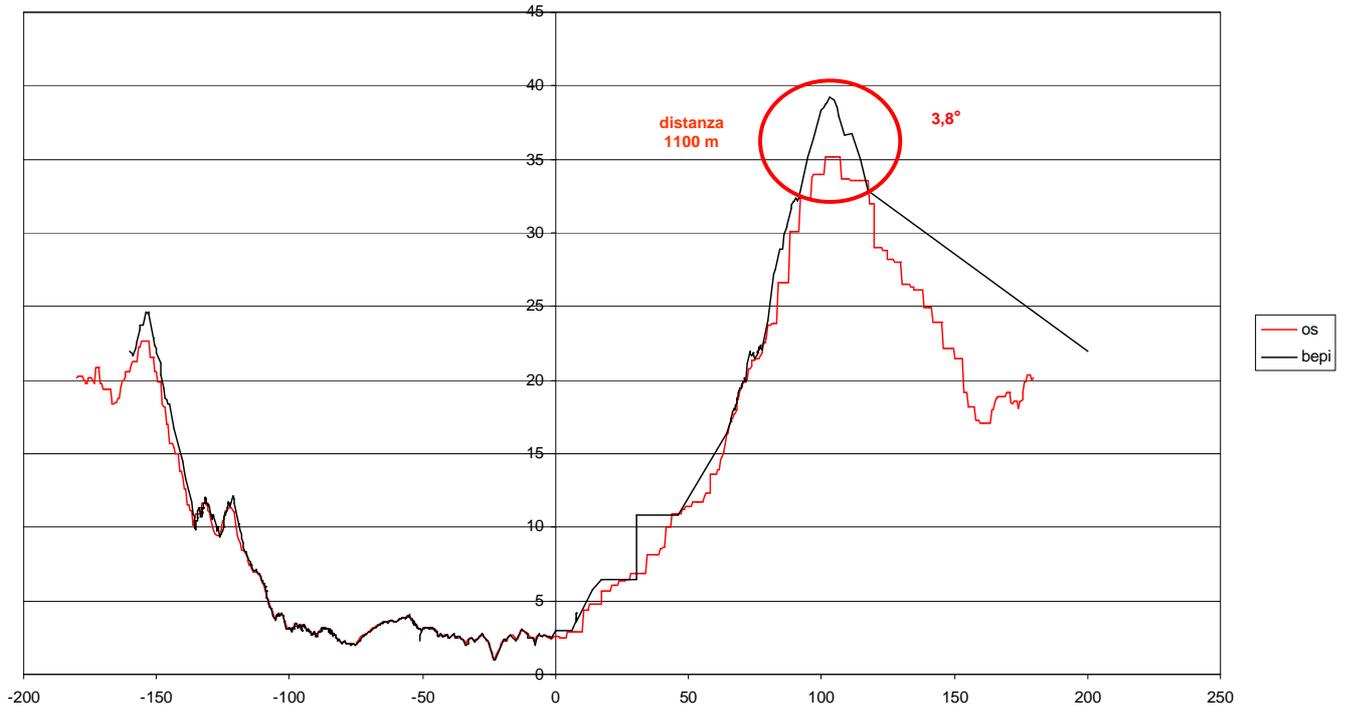


fig. 10 – Volpez (misure di Giuseppe De Donà)

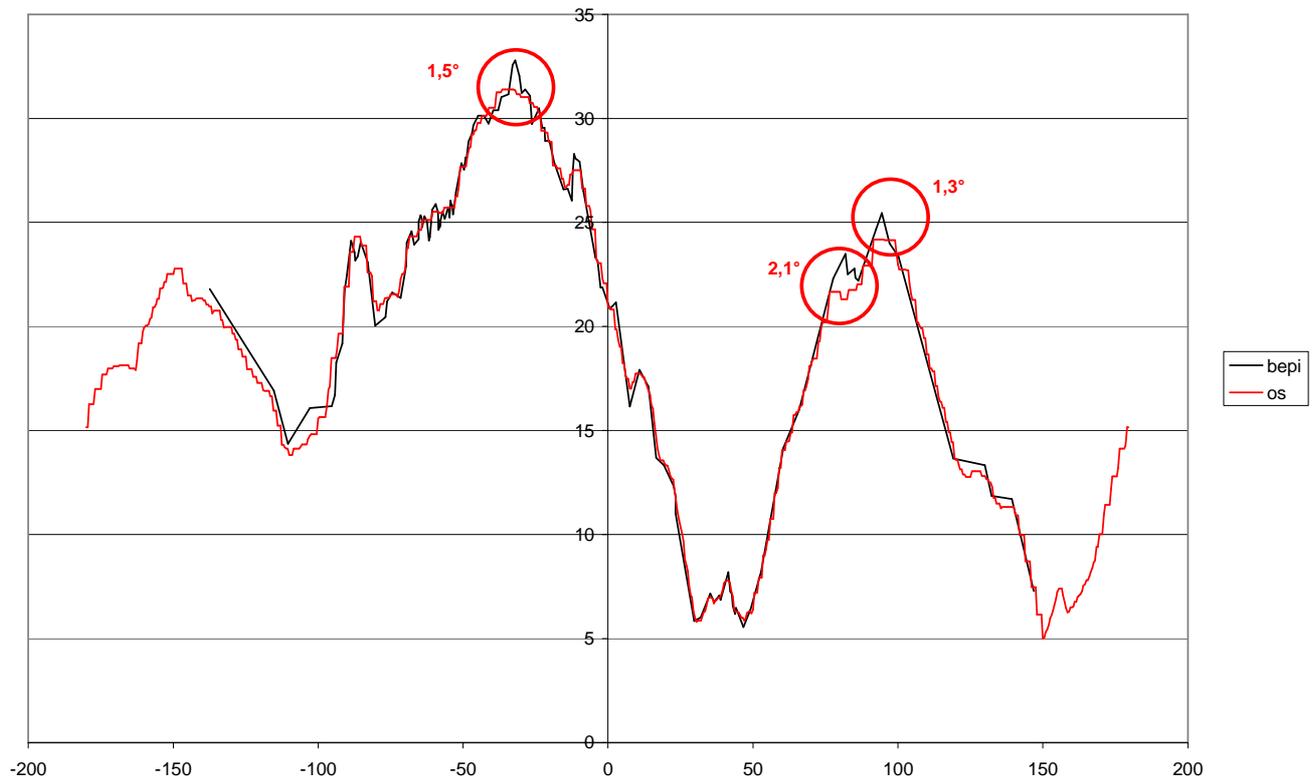


fig. 11 – Alleghe (misure di Giuseppe De Donà)

Il calcolo con Orologi Solari

Il programma Orologi Solari rev. 25.0 contiene uno strumento che permette di calcolare il profilo dell'orizzonte per una qualsiasi località del mondo per cui esistano dati DEM.

Vi si accede tramite il comando di menu “Strumenti”
⇒ “Calcolo orizzonte”.

Mediante la finestra di dialogo di fig. 12 con il tasto “carica un file DEM” viene anzitutto letto e caricato il

file contenente i dati DEM.

I dati caricati vengono mostrati nella mappa con colori arbitrari associati al dato altimetrico.

Quando le coordinate geografiche dell'orologio si trovano in prossimità del confine tra diverse caselle di 5° x 5° occorre ripetere il processo fino a leggere tutti i dati necessari.

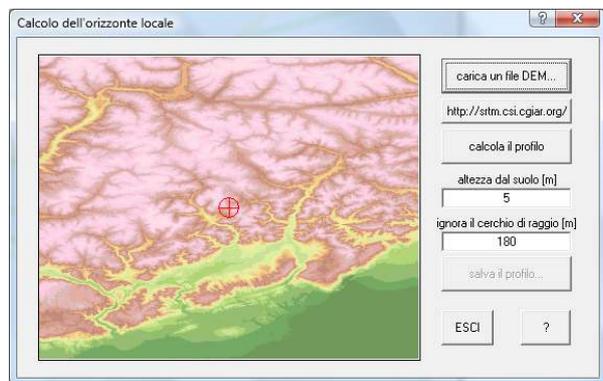


fig. 12 – Calcolo dell'orizzonte

Quindi con il tasto “calcola il profilo” si inizia il calcolo del profilo dell'orizzonte.

I due parametri nella finestra definiscono:

- l'altezza del quadrante (e quindi del punto di vista) rispetto al terreno
- il raggio intorno al quadrante che verrà ignorato nel calcolo del profilo (allo scopo di escludere dal calcolo i punti vicini che come visto possono avere un pesante effetto sulla accuratezza del risultato).

Il profilo calcolato viene mostrato nella finestra di fig. 13 in un grafico a scala polare.

Nello stesso grafico è anche rappresentata la distanza dei punti che costituiscono l'orizzonte calcolato.

Il risultato può quindi essere salvato in un file (il programma utilizza l'estensione .ele) il cui formato è il seguente:

46,32416667	=	Latitude	
-12,09611111	=	Longitude	
720	=	NPoints (min 2, max 3600)	
-180,000000	3,024920	3706,500508	
-179,500000	3,270936	3707,052511	
-179,000000	3,270936	3707,052511	
-178,500000	3,623392	3708,708029	
.....	

Le prime due linee contengono il valore decimale delle coordinate geografiche, la terza il numero di punti che definiscono il profilo (minimo 2, massimo 3600).

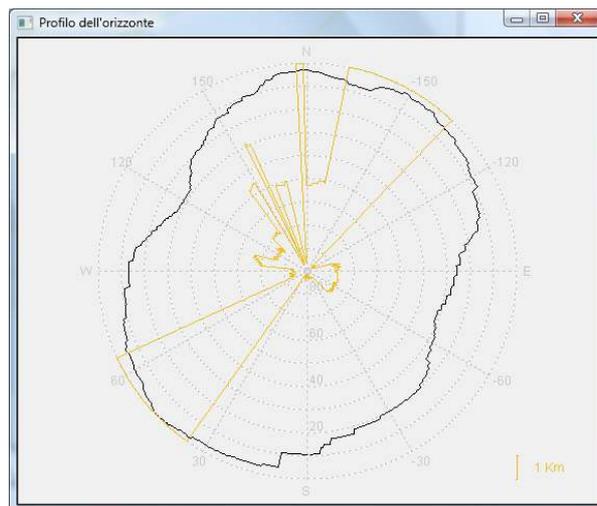


fig. 13 – Grafico del risultato

Le linee seguenti contengono i valori di:

- azimut (rispetto al sud, positivo verso ovest)
- angolo di elevazione dell'orizzonte
- distanza dell'orizzonte stesso

dove il quest'ultimo valore viene salvato a puro scopo documentativo e non è utilizzato successivamente.

Il file .ele può naturalmente essere preparato a partire da dati misurati con uno strumento se si vogliono utilizzare le caratteristiche di Orologi Solari che sono descritte nei paragrafi seguenti.

Utilizzo del profilo dell'orizzonte

A S. Felice Circeo [4] avevo illustrato come Orologi Solari possa visualizzare le condizioni di illuminazione di un orologio tenendo conto della disposizione del quadrante e di ostacoli adiacenti come balconi o edifici. Lo stesso argomento è poi stato ripreso in [5].

Avendo a disposizione il profilo dell'orizzonte è possibile aggiungere questa informazione.

Il file .ele viene definito nella pagina di fig. 14.

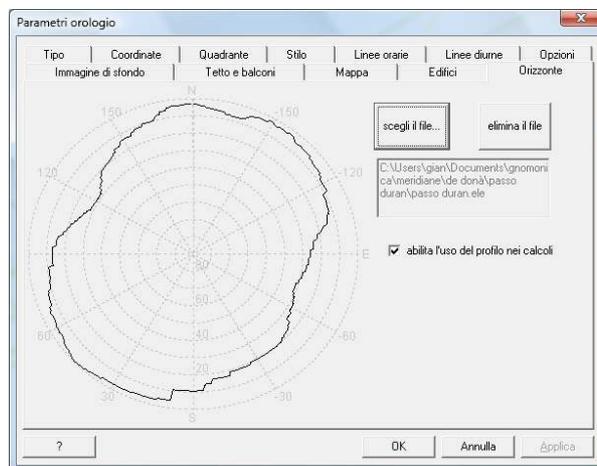


fig. 14 – Introduzione del file .ele

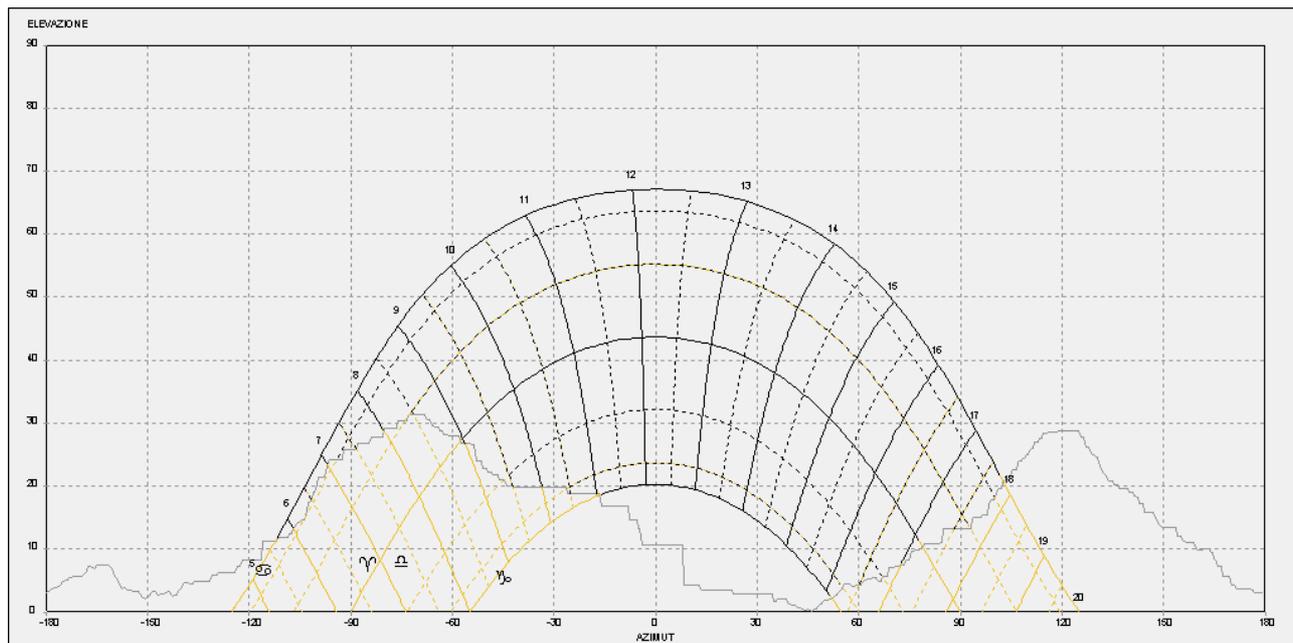


fig. 15 – Condizioni di illuminazione del quadrante

Se ora si chiede al programma la visualizzazione delle condizioni di illuminazione del quadrante, si ottiene un grafico in cui il profilo dell'orizzonte è visualizzato insieme alle linee orarie e diurne (fig. 15) oltre naturalmente all'effetto di eventuali ostacoli (balconi, tetti, edifici).

Il profilo dell'orizzonte può poi essere utilizzato per tracciare sul quadrante la linea dell'orizzonte vero in sostituzione della consueta linea orizzontale (fig. 16).

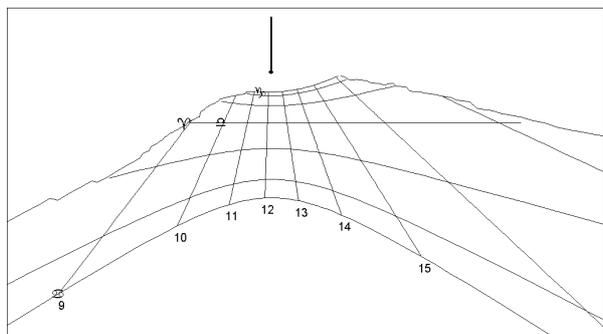


fig. 16 – Linee dell'orizzonte vero su o. verticale

La linea dell'orizzonte vero può anche essere tracciata su un orologio orizzontale (fig. 17), dove la linea dell'orizzonte teorico si trova invece all'infinito.

Questi grafici fanno immediatamente venire in mente la possibilità di tracciare sul quadrante le linee che segnano le ore mancanti al tramonto vero (una specie di ore italiche chiamate nel programma Orologi Solari "ore al tramonto vero") come in fig. 18.

Naturalmente infine Orologi Solari tiene conto dei dati inseriti come profilo dell'orizzonte anche nella modalità Simulazione, valutando ad ogni istante simulato se il quadrante sia illuminato oppure no.

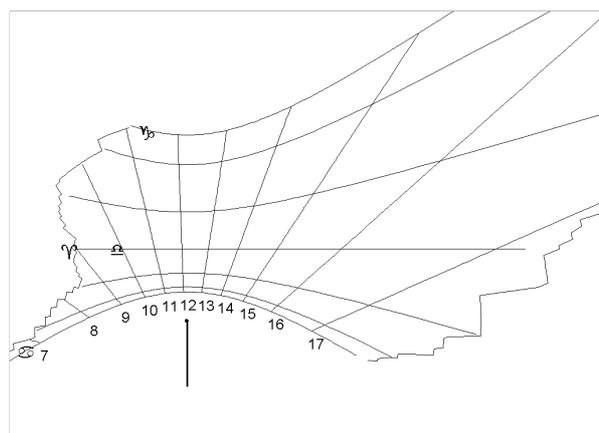


fig. 17 – Linee dell'orizzonte vero su o. orizzontale

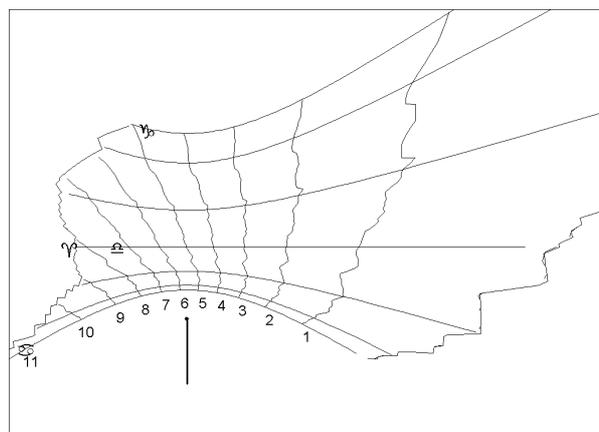


fig. 18 – Ore restanti al tramonto vero

Conclusioni

Il programma Orologi Solari rev. 25.0 permette di tenere conto di tutti gli elementi che possono oscurare il quadrante:

- declinazione ed inclinazione della superficie
- tetti / balconi
- edifici adiacenti
- montagne

Inoltre può utilizzare il profilo dell'orizzonte per tracciare la vera linea dell'orizzonte e le linee delle ore mancanti al tramonto.

Formule

Nel triangolo sferico di fig. 19 i punti 1 e 2 rappresentano rispettivamente il punto di osservazione ed un punto dell'orizzonte.

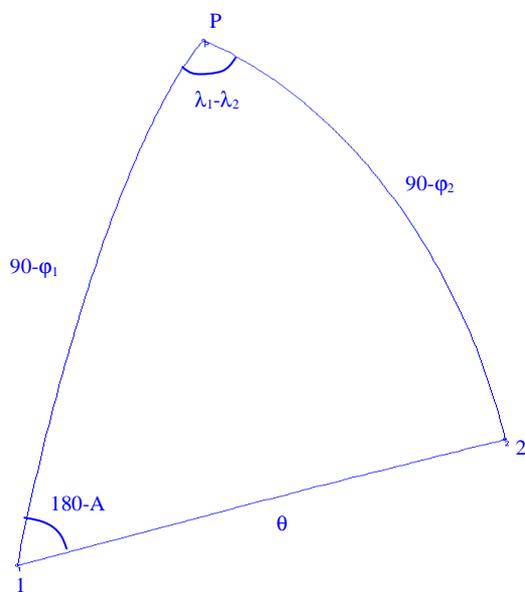


fig. 19

L'azimut A con cui viene il punto 2 sull'orizzonte viene visto dal punto 1 si calcola come:

$$\tan(A) = \frac{\sin(\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin(\Phi_1) \cos(\lambda_1 - \lambda_2) - \cos(\Phi_1) \tan(\Phi_2)}$$

Per il calcolo dell'elevazione e si consideri la fig. 20.

Il punto 1 ad altezza h_1 è il punto di osservazione.

Il punto 2 rappresenta l'orizzonte ad altezza h_2 e distanza d (distanza D in linea retta).

$$\sin(\theta) = \frac{\sin(\lambda_1 - \lambda_2) \cos(\Phi_2)}{\sin(A)}$$

$$D = \sqrt{(R+h_1)^2 + (R+h_2)^2 - 2*(R+h_1)*(R+h_2)*\cos(\theta)}$$

$$\cos(e) = (R+h_2) \sin(\theta) / D$$

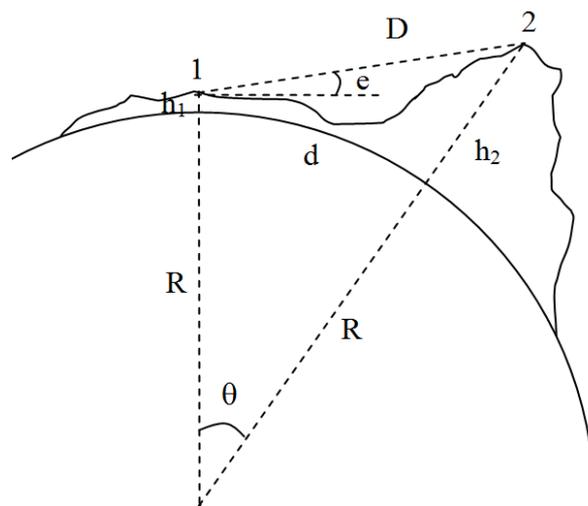


fig. 20

Riferimenti

- [1] Riccardo Anselmi, "La linea di occultamento del sole", GI n. 7, Novembre 2004
- [2] L. Ghia, T. Tasselli, "Orologio Panoramico", XV Seminario Nazionale di Gnomonica, Monclassico 2008
- [3] "CGIAR-CSI SRTM 90m DEM Digital Elevation Database" <http://srtm.csi.cgiar.org/>
- [4] G. Casalegno, "Programma software Orologi Solari: aggiornamenti", XVI Seminario Nazionale di Gnomonica, S. Felice Circeo 2009
- [5] G. Casalegno, "Methods And Tools For Sundial Siting", The Compendium 17-1, March 2010