

## UN SOFTWARE PER IL PROGETTO E LA SIMULAZIONE DI OROLOGI SOLARI GIANPIERO CASALEGNO

### ESTRATTO

*“Orologi Solari” va ad aggiungersi ad una consistente lista di programmi disponibili per il progetto al computer di quadranti solari e si contraddistingue per la facilità d’uso, per la varietà di tipologie di orologi e di linee orarie considerati, per la possibilità di simulazione e, non ultimo, per la gratuità del programma. Queste caratteristiche lo rendono adatto anzitutto agli gnomonisti alle prime armi ed alle attività didattiche in genere, ma alcune funzionalità, già disponibili o “in cantiere”, possono renderlo utile anche per i professionisti.*

### Introduzione

Lo sviluppo del programma “Orologi Solari” (OS) è iniziato come semplice passatempo meno di 3 anni fa con l’obiettivo minimale di calcolare i parametri di un orologio verticale declinante e fornirne grafico e tabelle numeriche per la disegno finale sulla parete.

Grazie al volume di Girolamo Fantoni [1] ed ai suggerimenti dei colleghi di GI, il programma è cresciuto un po’ alla volta sia come tipologie di orologi considerati, sia come tipologie di linee orarie, funzionalità di verifica e simulazione, strumenti per la stampa ed il salvataggio in vari formati.

Questo documento ne riassume le principali caratteristiche e ne descrive le ultime novità, illustra gli algoritmi utilizzati e ne anticipa i futuri sviluppi.

In appendice 1 è riportato l’elenco completo delle funzionalità disponibili, mentre in appendice 2 vengono descritti più nel dettaglio gli algoritmi di calcolo utilizzati.

### Interfaccia utente

Nello sviluppo di OS si è cercato di privilegiare la semplicità d’uso e l’uniformità di gestione delle varie tipologie di orologi considerati.

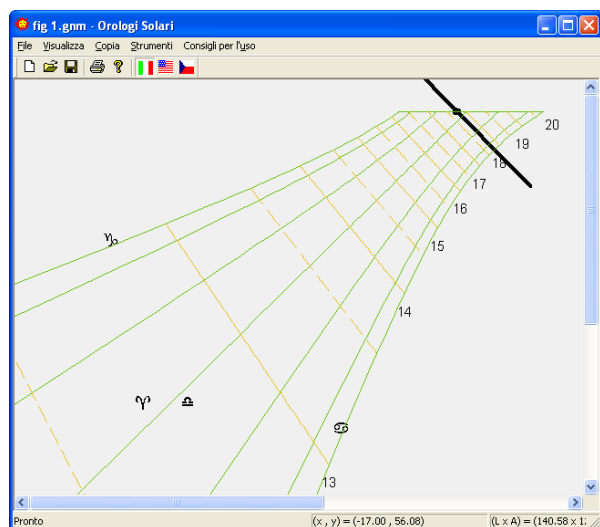


fig. 1 – interfaccia del programma

Il programma, sviluppato per piattaforma MS Windows®, presenta le consuete caratteristiche grafiche, illustrate nella fig. 1.

Sotto la barra del titolo è presente un menu contenente la totalità delle azioni effettuabili dall’operatore:

- File : creazione, salvataggio, lettura, stampa, e sportazione di un o.s.
- Visualizza : scelta delle varie viste (grafiche e numeriche) associate all’o.s.
- Copia : trasferimento negli appunti (clipboard) di un grafico o di una tabella numerica
- Strumenti : calcolo della declinazione della parete, calcoli trigonometrici, simulazione, progetto inverso di un o.s.
- Consigli per l’uso : aiuto in linea

Al di sotto del menu è presente una barra di comandi per le azioni più comuni.

La prima icona a sinistra permette la definizione o modifica dei parametri dell’o.s.

Le ultime icone a destra permettono di cambiare la lingua utilizzata dal programma (che viene automaticamente scelta all’avvio in base alle impostazioni internazionali di Windows); attualmente sono previsti Italiano, Inglese e Ceco.

La parte centrale della finestra è dedicata alla visualizzazione grafica del quadrante.

L’immagine è facilmente modificabile sia dal punto di vista puramente visivo (zoom, spostamento) sia dal punto di vista progettuale (modifica delle dimensioni del quadrante, spostamento del punto di ancoraggio dello stilo, modifica delle dimensioni dello stilo), il tutto con semplici comandi del mouse o della tastiera.

Nella parte inferiore della finestra una riga di stato contiene a sinistra una breve spiegazione della voce di menu selezionata ed a destra le seguenti utili informazioni dimensionali, aggiornate in tempo reale :

- $(L \times A) = (250.00 \times 162.00)$   
dimensioni reali del quadrante, aggiornate in base alle operazioni di ri-scalatura effettuate

- $(x, y) = (-27.08, 36.78)$   
coordinate x/y reali corrispondenti alla posizione corrente del mouse.

Questa seconda informazione può rivelarsi molto utile in quanto permette di ottenere con ottima precisione le coordinate di un qualunque punto del quadrante, anche non riportato nelle tabelle stampate<sup>1</sup>.

### Parametri di progetto

L'o.s. viene definito tramite una finestra di dialogo contenente cinque schede:

1. tipo di orologio
2. coordinate geografiche (anche prelevabili da una base dati)
3. parametri quadrante (declinazione, inclinazione ...)
4. opzioni (linee orarie, diurne ...)
5. immagine di sfondo

Gli o.s. previsti sono :

1. o. direzionali su superficie piana declinante inclinata (con i casi particolari di parete verticale, orizzontale, equinoziale e polare) (fig. 2)

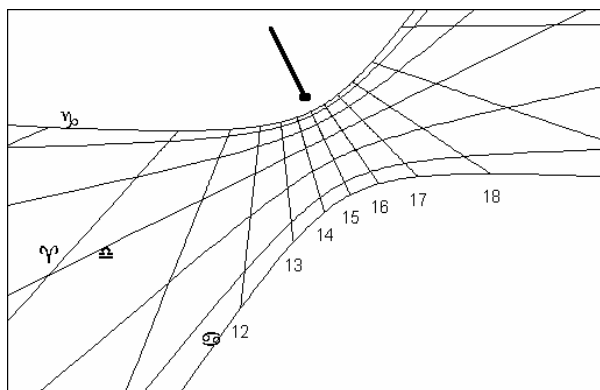


fig. 2 – verticale declinante

2. o. azimutali analematici orizzontali e verticali declinanti (fig. 3)
3. o. azimutali proiettivi ortografici orizzontali e verticali declinanti (fig. 4)
4. o. azimutali proiettivi stereografici orizzontali e verticali declinanti (detti anche astrolabi orizzontali / verticali per il metodo di proiezione uguale a quello utilizzato nell'astrolabio) (fig. 5)

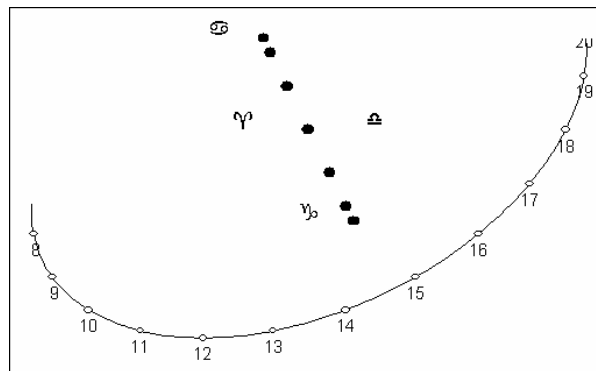


fig. 3 – analematico verticale declinante

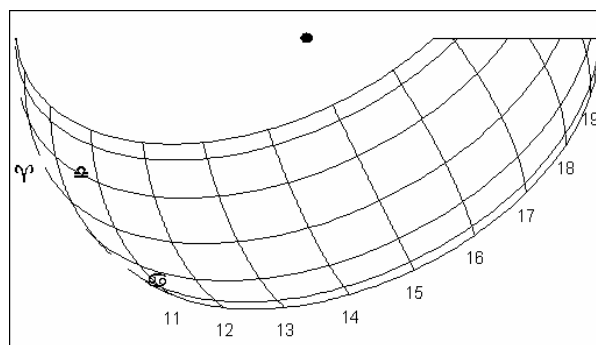


fig. 4 – azimutale proiettivo ortografico verticale

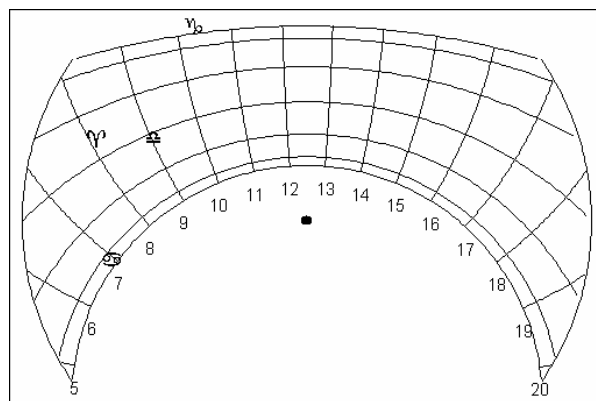


fig. 5 – astrolabio orizzontale

Tramite la scheda “Quadrante” vengono introdotti i dati relativi alla parete (declinazione ed inclinazione) ed al quadrante stesso (dimensioni, lunghezza ortostilo, troncamento assostilo, dimensioni della sfera celeste per gli o.s. proiettivi ecc.).

La scheda “Opzioni” permette la scelta delle linee orarie da rappresentare tra:

- francesi (o astronomiche) (fig. 6)
- babilonesi (fig. 6)
- italiche (fig. 6)
- italiche da campanile (l'ora 24 avviene mezz'ora dopo il tramonto - fig. 7)
- crepuscolari (l'ora 24 avviene al momento del crepuscolo civile, cioè con altezza solare uguale a 6 gradi sotto l'orizzonte - fig. 7)

<sup>1</sup> Ad esempio ottenere i punti del mezzogiorno italico, ovvero le intersezioni delle ore italiche con la linea meridiana, che sono a volte necessarie ma che nessun programma generalmente fornisce.

- temporali

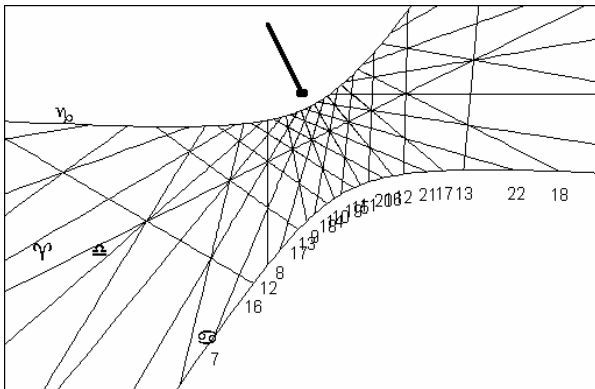


fig. 6 – ore astronomiche, italiche e babilonesi

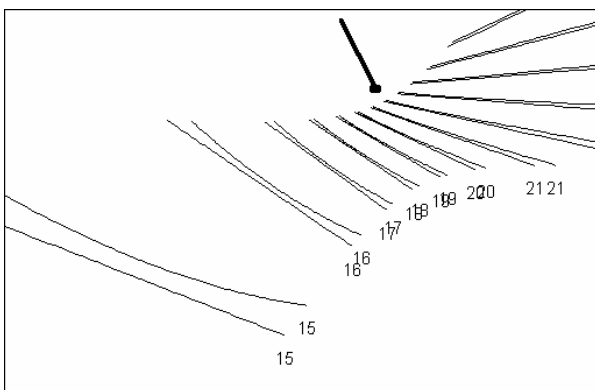


fig. 7 – ore crepuscolari ed ore da campanile

La stessa scheda consente di scegliere varie altre opzioni utili sia per il progetto (quale ad es. la lemniscata sul mezzogiorno o su tutte le ore) sia per il disegno del quadrante definitivo (ad es. l'estensione delle linee orarie al di fuori dell'eliometro).

L'ultima scheda permette di scegliere una immagine della parete e di dimensionarla correttamente tramite l'introduzione della distanza reale tra due punti qualsiasi dell'immagine (fig. 8). L'immagine può quindi essere visualizzata come sfondo dietro il progetto del quadrante (fig. 9).



fig. 8 – definizione e dimensionamento dell'immagine

L'idea è quella di dimensionare e posizionare l'orologio direttamente sulla parete, avere quindi una idea del risultato finale già fin dalla prima misura di declinazione effettuata sulla parete ed essere in grado di presentarlo immediatamente al committente.

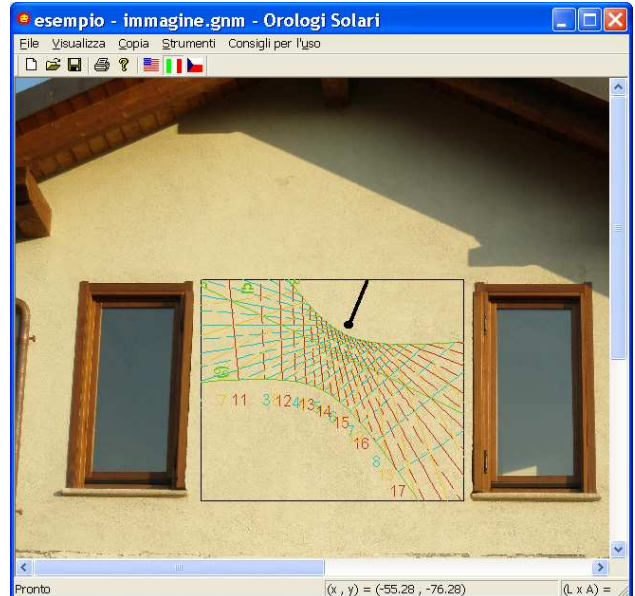


fig. 9 – utilizzo dell'immagine come sfondo

Inoltre, grazie alla facilità di gestione grafica del quadrante e dell'immagine, questa funzione può anche servire per valutare velocemente l'effetto di oggetti sporgenti (tetto, balconi ecc.) con la metodologia illustrata da R. Anselmi sul n. 14 di GI [2] (fig. 10).

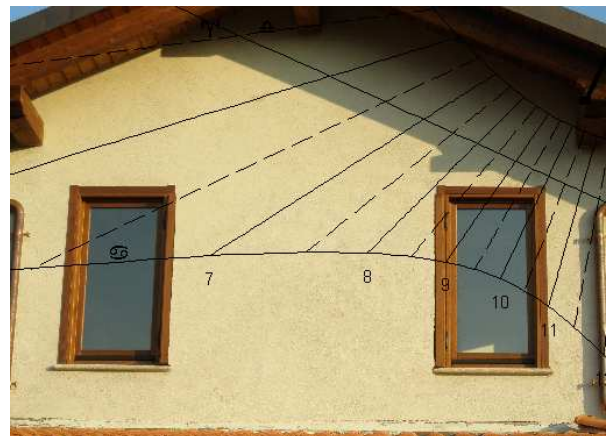


fig. 10 – valutazione delle ombre

### Visualizzazioni

Il quadrante, progettato in base ai parametri inseriti, viene visualizzato all'interno della finestra principale del programma dove, come detto, è possibile con il mouse intervenire direttamente per cambiarne dimensione, posizione ecc.

È inoltre possibile visualizzare i risultati del progetto su una tabella, diversa per ogni tipo di linea oraria,

diurna e/o lemniscata, contenente le coordinate di ogni punto significativo del grafico (fig. 11).

Linee Orarie Francesi										
ora	angolo	distanza	21-dic x	y	21-gen/21-nov distanza	x	y	21-feb/21-ott distanza	x	y
0:00										
0:30										
1:00										
1:30										
2:00										
2:30	75.50	74.8	-45.2	-59.6	75.0	-48.0	-57.5			
3:00	79.51	74.0	-43.0	-55.4	74.4	-51.9	-53.3	74.9	-58.3	-47.1
3:30	83.57	72.4	-51.7	-50.7	73.0	-54.7	-48.4	74.2	-61.2	-42.1
4:00	87.74	70.1	-53.4	-45.4	70.9	-56.4	-43.0	72.7	-62.9	-36.5
4:30	92.09	67.0	-54.0	-39.7	68.0	-57.0	-37.2	70.5	-63.6	-30.4
5:00	96.69	63.2	-53.4	-33.7	64.4	-56.4	-31.1	67.4	-63.0	-24.0
5:30	101.59	58.7	-51.9	-27.5	60.1	-54.8	-24.7	63.7	-61.3	-17.4
6:00	106.86	53.5	-49.1	-21.2	55.1	-52.0	-18.3	59.4	-58.4	-10.6
6:30	112.54	47.8	-45.4	-14.9	49.7	-48.2	-11.9	54.6	-54.4	-3.9
7:00	118.67	41.7	-40.8	-8.7	43.8	-43.5	-5.4	49.5	-49.5	2.7
7:30	125.27	35.3	-35.2	-2.7	37.8	-37.8	0.7	44.5	-43.5	9.1
8:00	132.33	29.0	-28.9	2.9	32.0	-31.3	6.5	39.8	-36.8	15.2
8:30	139.77	23.4	-21.9	8.2	26.9	-24.1	11.9	35.9	-29.3	20.8
9:00	147.50	19.3	-14.3	12.9	23.4	-16.4	16.7	33.5	-21.3	25.9
9:30	155.36	16.3	-6.4	17.1	22.6	-8.2	21.0	32.9	-12.7	30.3
10:00	163.19	12.7	1.9	20.6	24.6	0.2	24.6	34.3	-3.9	34.1
10:30										

fig. 11 – tabella linee orarie

I parametri dello stilo (lunghezza, distanza ed altezza sustilare) sono inoltre forniti insieme ad uno schizzo della posizione dello stilo (fig. 12).

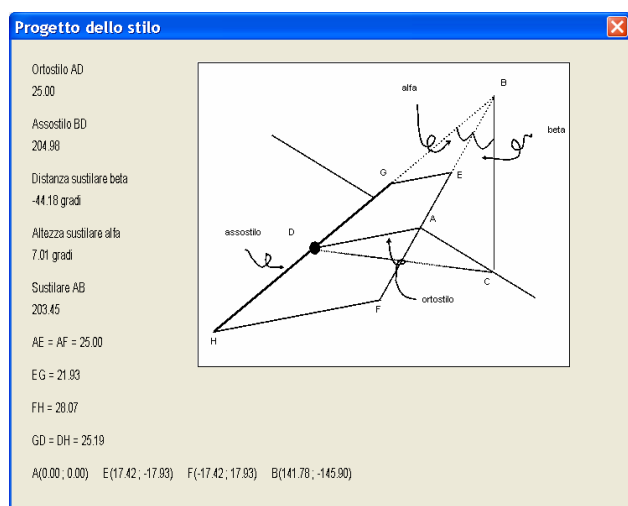


fig. 12 – parametri dello stilo

Sono disponibili due ulteriori grafici, non direttamente legati alla realizzazione dell'orologio, che visualizzano le condizioni di illuminazione della parete.

Il primo di questi rappresenta la posizione del sole (azimut ed altezza) nel corso del giorno e delle stagioni su un grafico cartesiano (fig. 13).

Sopra questo grafico, che dipende unicamente dalla latitudine per o. ad ora vera locale e da latitudine e longitudine per o. ad ora civile, vengono segnate mediante colori diversi le condizioni di illuminazione della parete.

Ad esempio la fig. 13 presenta la situazione di una parete verticale declinante 30 gradi ad est con o. ad ore civili. Il grafico ci permette di stabilire che il quadrante è illuminato circa:

- dalle ore 5:15 (mezz'ora dopo l'alba) alle ore 14:35 al solstizio d'estate (curva superiore)

- dalle 6:30 (l'alba) alle 16:00 agli equinozi (curva centrale)
- dalle 8:10 alle 16:45, cioè dall'alba al tramonto, al solstizio d'inverno (curva inferiore).

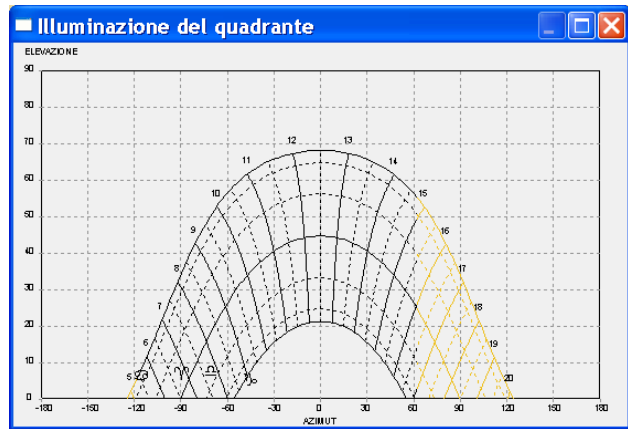


fig. 13 – illuminazione del quadrante

Il secondo grafico (fig. 14) visualizza le medesime informazioni in coordinate polari.

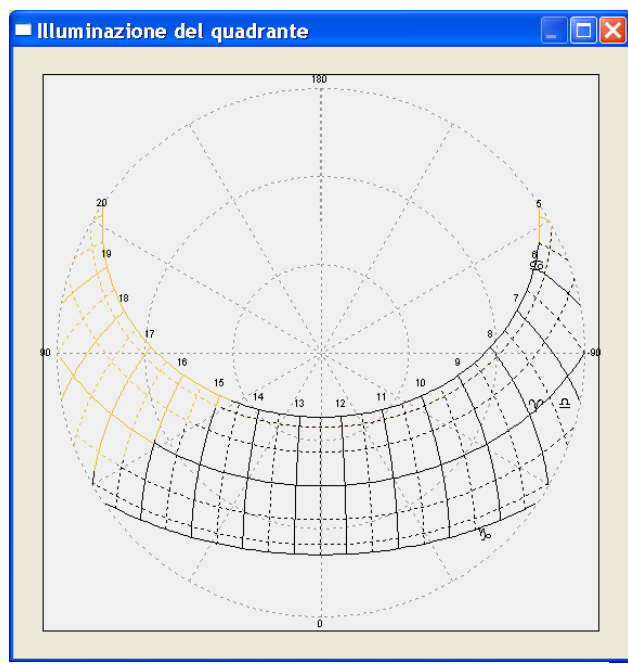


fig. 14 – illuminazione del quadrante

**Stampe, salvataggi ed esportazioni**

Il risultato del progetto può essere salvato, con un formato proprietario, in un file con estensione .gnm.

E' possibile inoltre salvarlo ed esportarlo in svariati formati, sia per procedere alla realizzazione fisica del quadrante sia per documentazione.

Anzitutto la stampa prevede una serie di pagine, selezionabili dall'operatore, che includono :

- il grafico del quadrante
- lo schema dello stilo con le sue dimensioni



- le tabelle numeriche con le coordinate di tutte le possibili linee orarie e diurne
- il grafico cartesiano delle condizioni di illuminazione
- il grafico polare delle condizioni di illuminazione.

È anche possibile effettuare una stampa 1:1 “a mosaico” su una normale stampante selezionando pagina per pagina quello che si intende stampare (fig. 15); le pagine numerate possono quindi essere attaccate insieme per ricostruire il grafico.

In alternativa il grafico può essere esportato in formato vettoriale DXF per essere stampato su fogli di grande formato da una copisteria professionale.

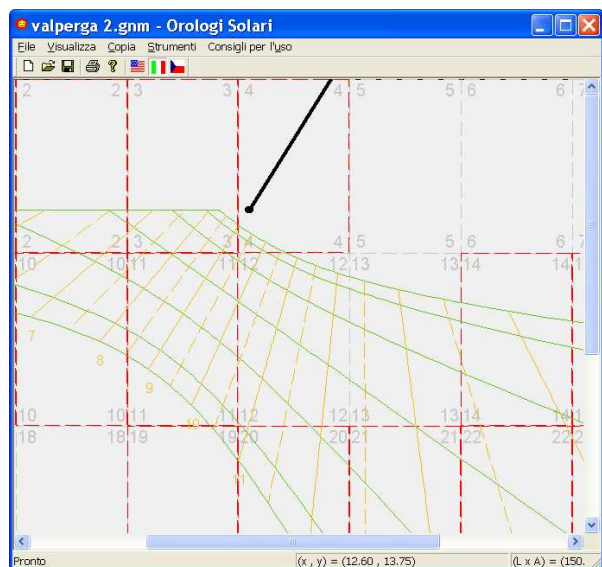


fig. 15 – stampa “a mosaico”

A scopo di documentazione (ad es. inserimento di immagini in una relazione) il grafico del quadrante, con o senza l'immagine di sfondo, può essere salvato, con diversi valori di risoluzione, in un file raster (in formato JPG, TIF, GIF, PCX, o BMP) oppure salvato nella clipboard per successiva azione “incolla” in un documento o programma di elaborazione grafica<sup>2</sup>.

### Help in linea

L'utilizzo del programma è facilitato dalla possibilità di accedere in qualunque momento, con tasti di comando dedicati o con il tasto funzione F1, ad un completo sistema di help contestuale (fig. 16) che spiega sia i principi di base dei vari tipi di orologio considerati, sia l'utilizzo delle varie parti che compongono il programma.

Sulla maggior parte delle finestre di dialogo è inoltre presente il tasto “?” che permette di interrogare il pro-

gramma sul significato e sull'uso di ogni casella o pulsante.

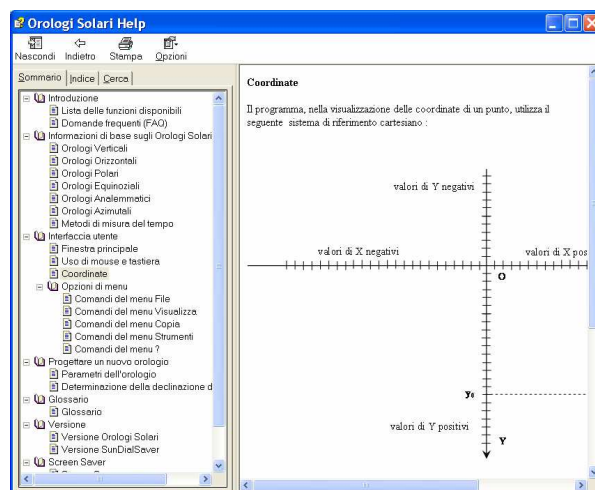


fig. 16 – help in linea

### Strumenti di calcolo ausiliari

Il programma fornisce alcuni strumenti di calcolo addizionali che possono risultare utili nel progetto di un orologio.

Il primo di questi fornisce il calcolo della declinazione della parete a partire dalla misura, in un istante qualunque, dell'angolo che l'ombra di un filo verticale crea su una superficie orizzontale rispetto alla parete stessa (fig. 17).

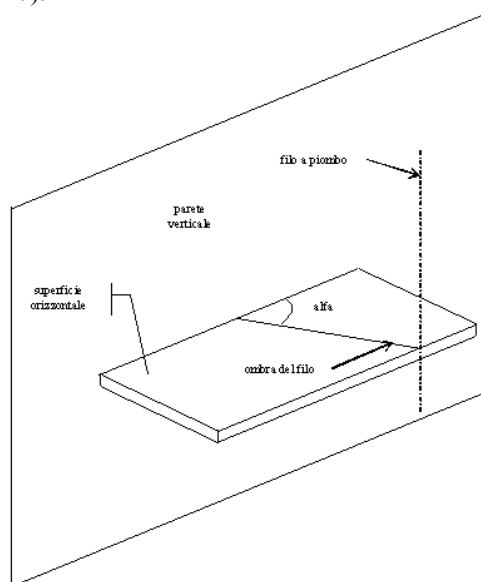


fig. 17 – misura della declinazione della parete

Questo valore angolare, introdotto insieme alle coordinate geografiche, alla data ed all'ora corrente, permette il calcolo della declinazione della parete.

Il valore ottenuto può essere inserito come valore di progetto e l'orologio ricalcolato di conseguenza.

<sup>2</sup> I grafici inseriti in questo documento sono stati generati con risoluzioni e colori diversi da quelli utilizzati dal programma allo scopo di migliorarne la visibilità in una stampa in bianco e nero.

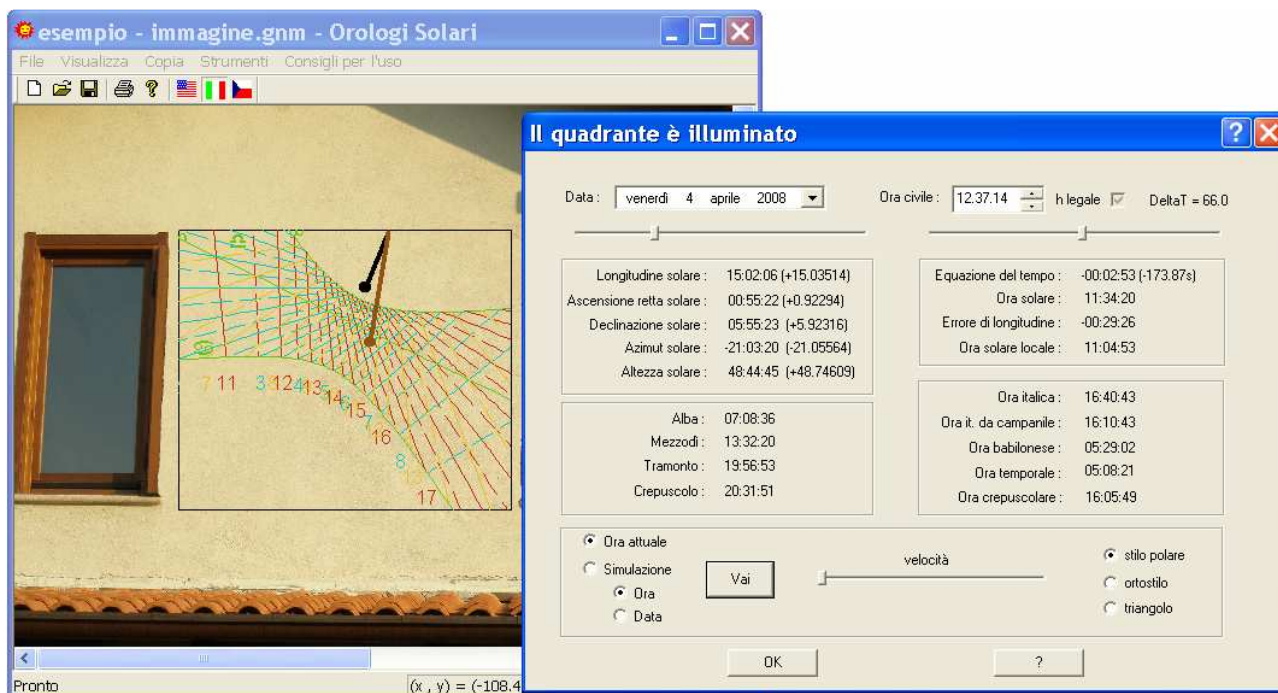


fig. 18 – simulazione dell'ombra

Un secondo utile strumento a disposizione è il comando “Simulazione” che visualizza la posizione dell'ombra sul grafico dell'orologio (fig. 18).

Tutte le tipologie di orologio previste dal programma sono simulabili. Lo stilo può essere a scelta lo stilo polare, l'assostilo o il triangolo gnomonico.

L'istante corrispondente all'ombra può essere:

- quello corrente aggiornato in tempo reale
- quello impostato manualmente, tramite le caselle di impostazione o tramite i cursori, e compreso tra gli anni 1971 ÷ 2037
- quello calcolato automaticamente nella simulazione veloce dello scorrere dell'ora del giorno o del giorno dell'anno

Allo stesso tempo, nella stessa finestra utilizzata per impostare data ed ora, vengono visualizzati i parametri solari principali (valore corrente dell'equazione del tempo, azimut, altezza ...) calcolati con la massima precisione possibile. È inoltre disponibile l'indicazione dell'ora corrente in tutti i sistemi orari considerati dal programma (temporale, italico, babilonense ecc.).

Le capacità di simulazione del programma vengono utilizzate anche da un programma *screen-saver*, distribuito insieme ad OS, che rappresenta l'ora corrente su un qualunque quadrante definito tramite file .gnm.

Si noti che il programma, dopo aver recuperato ora, data e fuso orario dall'orologio di Windows, calcola l'ora corrente ed i corrispondenti parametri solari alla longitudine definita nel progetto dell'orologio. E' pertanto possibile, dopo il tramonto, definire un orologio

per una longitudine più ad ovest, che sia ancora illuminata dal sole, e su questo quadrante, magari impostato per il nostro fuso orario, visualizzare l'ombra con l'indicazione dell'ora corrente.

### Calcolo dei parametri incogniti

Coloro che si occupano di restauri di o. s. possono avere la necessità di risalire ai parametri dell'orologio (declinazione della parete, lunghezza e posizione dello stilo, a volte anche la latitudine per cui è stato costruito) a partire dagli elementi, a volte pochi, ancora disponibili (tracce di linee, posizione presunta dello stilo ecc.).

Per ottenere questi parametri si ricorre normalmente alla misura di alcuni degli elementi disponibili e da questi, per calcoli trigonometrici, si ottengono i risultati cercati (si veda ad es. [3]). Il processo è strettamente legato alla tipologia di dati disponibili e, data la ampia varietà di situazioni riscontrabili, non si presta molto alla automatizzazione in un programma.

OS cerca di risolvere il problema con un approccio diverso, basato su tecniche di *data fitting*, ovvero di adattamento dei parametri di un modello ai valori misurati.

Si consideri un orologio su una parete verticale declinante (unico caso per ora considerato dal programma, anche se i concetti qui espressi sono validi per qualunque tipologia di quadrante).

Le coordinate cartesiane (X,Y) di ogni punto caratteristico del tracciato orario (es. intersezione tra linea oraria e linea diurna) sono calcolabili tramite una coppia di funzioni non lineari note :

$$X(\omega, \delta, \varphi, d, \lambda, x, y)$$

$$Y(\omega, \delta, \varphi, d, \lambda, x, y)$$

con  $\omega$  = angolo orario  
 $\delta$  = declinazione solare  
 $\varphi$  = latitudine  
 $\delta$  = declinazione della parete  
 $\lambda$  = lunghezza ortostilo  
 $x, y$  = coordinate del punto di ancoraggio dell'ortostilo.

Se misuriamo su un quadrante sconosciuto la posizione di N punti, ognuno dei quali corrispondenti ad una declinazione solare e ad un angolo orario noti, possiamo scrivere il seguente sistema di 2\*N equazioni in 5 incognite :

$$f_i(\varphi, d, \lambda, x, y) = k_i \quad i = 1 \div 2N$$

dove i coefficienti  $k_i$  sono le coordinate misurate degli N punti.

Se riusciamo a risolvere questo sistema di equazioni otteniamo i 5 parametri incogniti cercati.

Il programma OS risolve il sistema utilizzando il metodo iterativo ai minimi quadrati detto di Levenberg-Marquardt, di cui si trova una sommaria descrizione in appendice.

I dati di ingresso (punti misurati sul quadrante) sono inseriti come coordinate x/y tramite la finestra di fig. 19 che prevede sulla sinistra l'inserimento di linee rette (orarie, meridiana, equinoziale ...) e sulla destra l'inserimento di punti (incrocio linea oraria / linea diurna / meridiana ecc.).

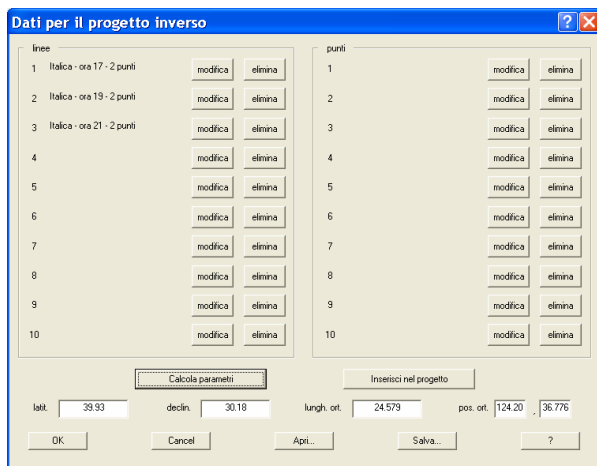


fig. 19 – calcolo parametri incogniti

Le caselle di testo in basso contengono i dati stimati di partenza ed i dati finali ottenuti<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> L'algoritmo è sensibile alla approssimazione iniziale delle incognite e normalmente converge verso la soluzione più vicina alla stima iniziale. In caso di mancata convergenza tutto il settore piano con  $\varphi = -90 \div 90$  e  $d = -180 \div 180$  viene esplorato alla ricerca della soluzione che fornisce la minima discrepanza tra modello e misure.

I dati misurati possono essere salvati in un file per successivo riutilizzo.

Le prove effettuate fino ad ora hanno dato risultati estremamente incoraggianti.

Nelle fig. 20, 21 e 22 sono rappresentati i grafici risultanti dalla ricerca dei parametri di un quadrante ad ore italiche ( $\varphi = 40$  gradi N,  $d = 30$  gradi W,  $\lambda = 25$ ) di cui si conoscono rispettivamente :

- caso 1: tre linee orarie (ognuna definita da due punti)
- caso 2: l'intersezione tra equinoziale e tre linee orarie
- caso 3: intersezioni tra linee orarie e linee diurne

I valori recuperati sono stati i seguenti :

incognita	valore corretto	caso 1	caso 2	caso 3
$\varphi$	40.00	40.03	40.01	40.02
$d$	30.00	29.92	30.05	30.00
$\lambda$	25.00	25.19	24.98	25.02
$x$	125.00	125.36	125.06	125.03
$y$	37.00	37.11	37.01	36.99

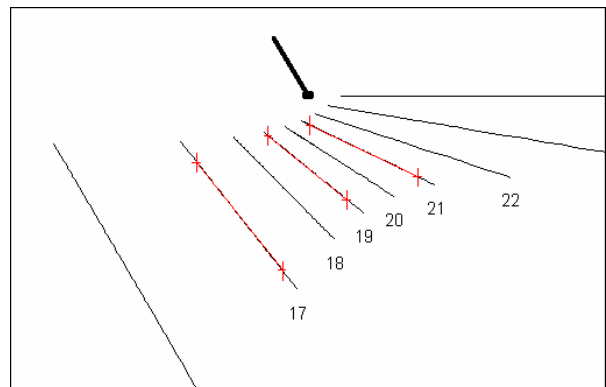


fig. 20 – risultato caso 1

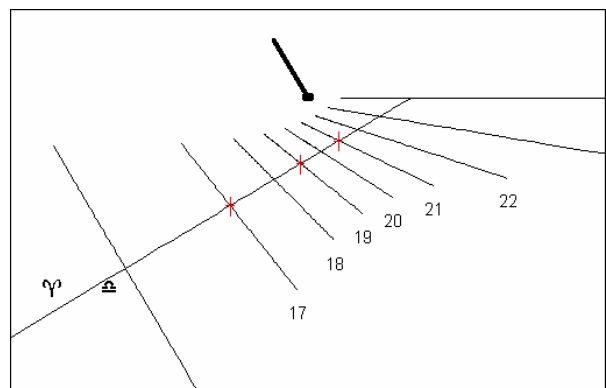


fig. 21 – risultato caso 2

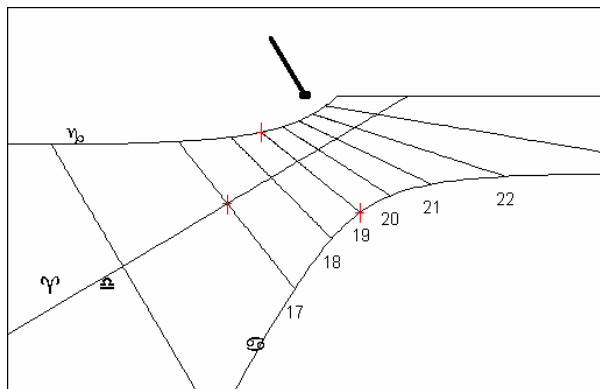


fig. 22 – risultato caso 3

Si noti che nel terzo caso i tre punti sono stati scelti su due linee orarie diverse. Qualora si trovino su di una sola linea oraria, il sistema ammette più di una soluzione (ad esempio quella di fig. 23 con  $\varphi = 14.85$  S,  $d = 63.69$  W,  $\lambda = 16.24$ ).

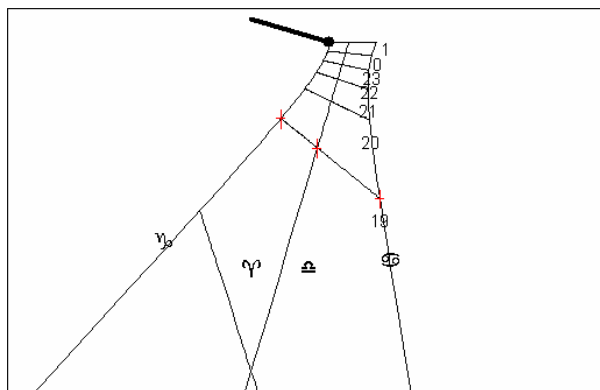


fig. 23 – una delle possibili soluzioni

La inevitabile presenza di errori nella misura delle posizioni dei punti può portare ad una soluzione alquanto lontana da quella originale.

Come esempio, negli stessi precedenti 3 casi si è aggiunto ai valori misurati un errore casuale compreso tra  $-1$  e  $+1$ °; i parametri ottenuti sono indicati nella tabella seguente.

	valore corretto	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4
$\varphi$	40.00	38.57	35.93	34.83	39.96
$d$	30.00	33.31	25.22	25.69	29.59
$\lambda$	25.00	17.46	24.36	22.59	25.11
$x$	125.00	107.93	121.69	119.64	124.89
$y$	37.00	31.61	34.81	35.58	36.99

Il metodo utilizzato, come tutti i metodi ai minimi quadrati, ha però il vantaggio che più misure si hanno a disposizione maggiore è la confidenza che il processo di media implicito nel metodo possa portare ad una riduzione dell'errore finale.

Infatti, introducendo tutti i dati (comprensivi di errore) disponibili nei 3 casi citati, e costruendo quindi un sistema con 16 equazioni si ottengono i buoni risultati della quarta colonna in tabella ed il grafico di fig. 24.

Naturalmente sfruttando ulteriori informazioni (linee e punti misurati) si potrebbero ottenere risultati ancora migliori.

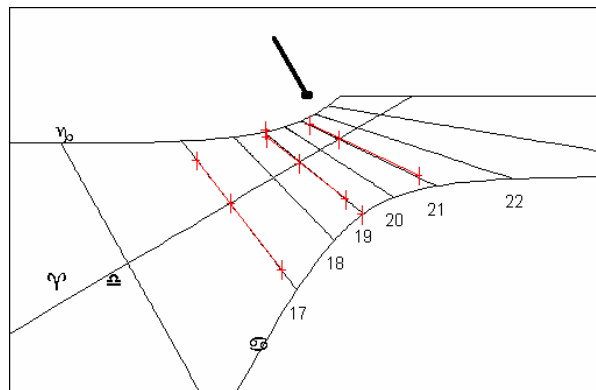


fig. 24 – risultato in presenza di errori di misura

Risultati del tutto analoghi sono stati ottenuti con linee orarie temporali, astronomiche, babilonesi e crepuscolari.

La corrispondenza della soluzione trovata con i dati di partenza è sempre ottima purché i dati di ingresso siano sufficienti. Soluzioni indesiderate si possono riscontrare in tutti i casi in cui le informazioni sono, come nel caso della fig. 23, relative ad una sola linea oraria o alla sola linea meridiana.

Questo è ad esempio il caso della fig. 25 che rappresenta un quadrante ad ore babilonesi ( $\varphi = 40$  gradi N,  $d = 30$  gradi W,  $\lambda = 25$ ) di cui sono stati rilevati gli incroci tra la linea meridiana e le linee orarie delle ore 5, 6 e 7.

La fig. 26 mostra una delle numerose soluzioni possibili, del tutto corretta come tutte le altre, corrispondente a  $\varphi = 40$  gradi S,  $d = 99$  gradi W,  $\lambda = 4.6$

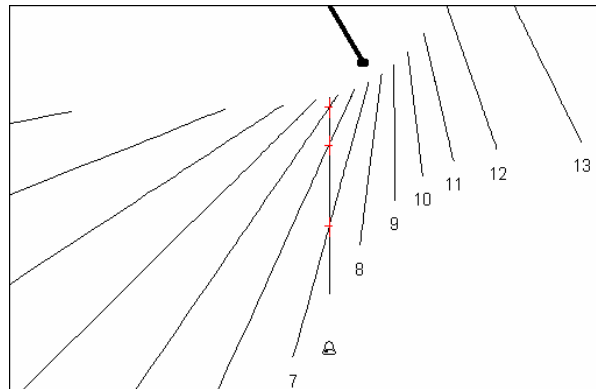


fig. 25 – incroci tra linee orarie e meridiana

<sup>4</sup> Con le dimensioni adottate nell'esempio, ciò potrebbe corrispondere circa ad 1 cm. di errore su un quadrante di 2.0 x 1.5 m.



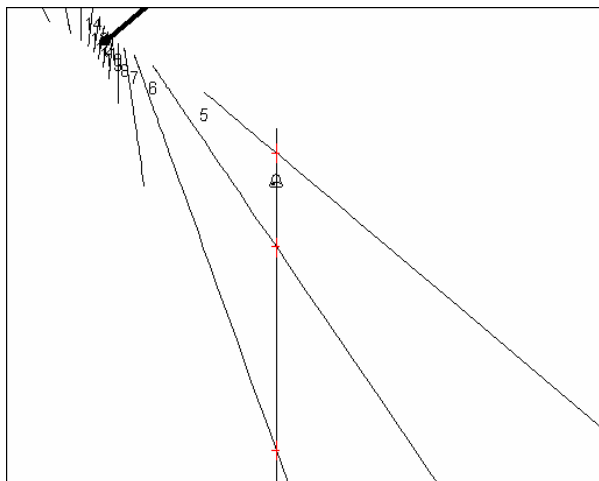


fig. 26 – uno tra i tanti possibili risultati

### **Sviluppi futuri**

OS è tutt'altro che finito, sono ancora molti i miglioramenti e le aggiunte in programma.

Per quanto riguarda la parte di “progetto inverso” descritta nei precedenti paragrafi, sarebbe utile poter congelare il valore di una o più delle incognite qualora tale valore sia il risultato di misure accurate o altre informazioni sicure, ed elaborare un risultato solo per le rimanenti<sup>5</sup>.

La stessa procedura di calcolo potrà inoltre essere estesa agli orologi orizzontali ed ai tracciati orari riferiti al tempo civile (comprensivi dell'errore di longitudine che diventa così una ulteriore incognita).

Si potrebbero quindi inserire nuove tipologie di orologi solari, purché sempre su superfici che possano essere sviluppate sul piano, quali ad esempio :

- orologio cilindrico del pastore
- orologio cilindrico di Joël Robic [4]
- orologi di altezza
- orologi a riflessione
- orologi bifilari

Le funzionalità già presenti potranno essere arricchite di piccole utili aggiunte quali :

- Linee diurne sui 12 mesi negli o. azimutali
- Posizioni sui 12 mesi dello stilo negli orologi analematici
- Linee orarie al quarto d'ora
- Parametri grafici impostabili dall'utente (spessore delle linee, colori ecc.)

<sup>5</sup> Questo accorgimento aiuterebbe anche a risolvere il problema nei casi di indeterminazione del risultato come nelle fig. 23 e 26.

Infine, con la collaborazione di qualche collega straniero, sarebbe bello poter introdurre il supporto per nuove lingue quali ad es. Spagnolo, Francese e Tedesco.

### **Conclusioni**

OS può essere un buon punto di partenza per il neofita: la facilità d'uso, l'ampio help in linea, le varie possibilità di salvataggio grafico e di stampa sono alcuni tra i fattori che lo caratterizzano.

Inoltre l'ambiente di simulazione dell'ombra su qualunque tipo di orologio, con stilo polare o ortostilo, si presta bene all'uso in ambito didattico.

Peraltro la completezza di tipologie considerate e gli strumenti accessori disponibili possono rendere utile il programma anche ad un professionista del settore.

Non c'è spiegazione che possa reggere il confronto con una prova diretta, quindi invito a scaricare e provare il programma.

OS è disponibile nell'ultima versione disponibile nel sito dell'autore all'indirizzo :

[http://digilander.libero.it/orologi\\_solari](http://digilander.libero.it/orologi_solari)

Allo stesso indirizzo è disponibile sia un indirizzo e-mail sia un modulo anonimo per eventuali commenti, che sono non solo graditi ma fondamentali per il continuo miglioramento del programma.

### **Appendice 1 - Caratteristiche del programma**

- tipo di licenza : freeware
- sistema operativo : Windows XP / 2000 / Linux + WINE
- interfaccia utente in Italiano, Inglese e Ceco
- tipologie di orologi:
  - direzionali (orizzontali, verticali inclinati / declinanti, polari, equatoriali)
  - azimutali analematici (orizzontali o verticali declinanti)
  - azimutali proiettivi ortografici (orizzontali o verticali declinanti)
  - azimutali proiettivi stereografici (orizzontali o verticali declinanti)
- tipologie di linee orarie:
  - astronomiche (locali o di qualunque fuso)
  - babilonesi
  - italiche
  - italiche da campanile
  - temporali
  - crepuscolari
- lemniscata sul mezzogiorno, su tutte le ore, semi-lemniscate

- linee diurne sui 12 segni zodiacali
- possibilità di inserire un'immagine di sfondo della parete su cui si deve effettuare l'intervento e di dimensionarla in scala tramite un'apposita finestra
- possibilità di riscaldare il grafico del quadrante posizionato sulla foto fino ad ottenere le dimensioni ideali
- visualizzazione opzionale degli assi cartesiani
- visualizzazione opzionale del triangolo gnomonico ribaltato
- visualizzazione opzionale della linea sustilare
- prolungamento opzionale delle linee orarie al di fuori dell'eliodromo
- visualizzazione con possibilità di zoom e spostamento immagine
- possibilità di simulazione statica e dinamica, in un qualsiasi istante dell'anno e del giorno, con stilo polare, ortostilo o triangolo gnomonico
- visualizzazione dei parametri solari con l'accuratezza del modello VSOP87
- calcolo della declinazione della parete verticale tramite misura sul piano orizzontale dell'angolo ombra/parete
- calcolo e visualizzazione delle condizioni di illuminazione del quadrante nel corso dell'anno in scala cartesiana o polare
- calcolo dei parametri di progetto di un orologio a partire da linee e/o punti rilevati su un quadrante esistente
- stampa a mosaico del grafico in dimensione reale, con possibilità di scegliere le porzioni interessate
- visualizzazione e stampa delle coordinate cartesiane dei punti caratteristici di tutte le linee orarie, linee diurne, lemniscate
- esportazione su file vettoriale DXF
- esportazione su file raster JPG, TIF, GIF, PCX, PNG, BMP
- *screensaver* che visualizza l'ora corrente su un qualunque orologio progettato con il programma OS

## Appendice 2 - Algoritmi di calcolo

Il calcolo delle linee orarie, linee diurne e della lemniscata viene effettuato una volta sola, all'apertura del file o alla fine della definizione/modifica dei parametri, per tutte le possibili tipologie di linee rappresentabili, allo scopo di non rallentare l'esecuzione nel caso di una semplice variazione di rappresentazione sullo schermo.

Tutte le linee orarie dell'orologio (astronomiche, italiane, babilonesi, crepuscolari, temporali) vengono calcolate a passi di declinazione di 0.5 gradi, le linee diurne a passi orari di 6 minuti, l'analemma a passi di 10 giorni.

In corrispondenza di ogni punto viene calcolata la posizione solare (azimut / altezza) e da questa, per trasformazioni trigonometriche, la proiezione dell'ombra dell'estremità dello stilo sul piano (o. direzionali) o la proiezione orto/stereografica del sole sul piano (o. proiettivi).

Allo scopo ancora di mantenere il calcolo il più possibile veloce, il valore dell'Equazione del Tempo EdT e della declinazione solare  $\delta$  vengono in questa fase calcolati mediante gli sviluppi in serie di Fourier:

$$EdT = -0.0000075 - 0.001868 \cos(\omega) + 0.032077 \sin(\omega) + 0.014615 \cos(2\omega) + 0.040849 \sin(2\omega)$$

$$\delta = 0.006918 - 0.399912 * \cos(\omega) + 0.070257 * \sin(\omega) - 0.006758 * \cos(2\omega) + 0.000907 * \sin(2\omega) - 0.002697 * \cos(3\omega) + 0.001480 * \sin(3\omega)$$

dove

$$\omega = 2\pi n / 365$$

$$n = 1 \div 365.$$

EdT e  $\delta$  sono in radianti e l'errore massimo è pari rispettivamente a 35 secondi di tempo e 0.035 gradi.

Le stesse formule sono anche utilizzate nei calcoli per il recupero dei parametri di progetto di un vecchio quadrante.

Nella simulazione dell'orologio, allo scopo di ottenere il risultato più accurato possibile, sono state invece utilizzate le formule di Meeus [5] e la teoria completa VSOP87 per il calcolo della posizione solare [6] (facendo uso della libreria freeware AA+ [7]).

Le ore dell'alba  $h_R$  e del tramonto  $h_S$  sono calcolate come :

$$h_R = 12 - \text{acos}(-\tan(\varphi) * \tan(\delta)) / 15$$

$$h_S = 12 + \text{acos}(-\tan(\varphi) * \tan(\delta)) / 15$$

Per il calcolo di ora italiana  $h_I$ , ora italiana da campanile  $h_C$ , ora babilonese  $h_B$ , ora temporale  $h_T$  ed ora crepuscolare  $h_W$ , data l'ora vera locale  $h$ , le formule usate sono :

$$h_I = 12 + h - \text{acos}(-\tan(\varphi) * \tan(\delta)) / 15$$

$$h_C = h_I - 0.5$$

$$h_B = 12 + h + \text{acos}(-\tan(\varphi) * \tan(\delta)) / 15$$

$$h_T = 12 * (h - h_R) / (h_S - h_R)$$

$$h_w = 12 + h - \text{acos}(\frac{\sin(-6) - \sin(\delta) * \sin(\varphi)}{\cos(\delta) * \cos(\varphi)}) / 15$$

Naturalmente, quando si rende necessario il passaggio da ora locale ad ora media del fuso, vengono tenuti in conto l'errore di longitudine e l'equazione del tempo.

Il valore di  $\Delta T = TT - UT$  viene interpolato dalle tabelle [8] per anni fino al 2005, successivamente viene calcolato tramite la formula seguente (si veda [9]) :

$$\Delta T = 62.92 + 0.32217 * t + 0.005589 * t^2$$

con

$$t = y - 2000.$$

Per la soluzione del sistema di equazioni non lineari è stato utilizzato il metodo di Levenberg-Marquardt, di cui si fornisce nel seguito un breve richiamo (per una trattazione esaustiva dell'argomento si vedano [10] e [11]).

Sia  $\mathbf{p}$  il vettore degli  $M$  parametri incogniti e sia  $\mathbf{f}(\mathbf{p})$  la funzione vettoriale di  $N$  elementi  $f_i(\mathbf{p})$ .

Si vuole trovare il valore  $\mathbf{p}^*$  che minimizza la norma  $\|\mathbf{f}(\mathbf{p})\|^2$  ovvero che minimizza la funzione di costo :

$$F(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N f_i(\mathbf{p})^2$$

Il metodo è iterativo: partendo da una soluzione stimata iniziale  $\mathbf{p}_0$  si calcola la stima successiva

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_0 + \delta \mathbf{p}$$

utilizzando un vettore  $\delta \mathbf{p}$  scelto in modo tale da portare alla diminuzione della funzione di costo  $F(\mathbf{p})$ .

Il vettore  $\delta \mathbf{p}$  è calcolato risolvendo il sistema lineare

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I}) \delta \mathbf{p} = -\mathbf{J}^T \mathbf{f}$$

dove  $\mathbf{J}$  è la matrice Jacobiana  $\partial \mathbf{f}(\mathbf{p}) / \partial \mathbf{p}$  e  $\mu \geq 0$  è un fattore di smorzamento.

L'algoritmo è auto adattativo, il valore di  $\mu$  viene calcolato di volta in volta in base al risultato raggiunto :

- valori elevati di  $\mu$  (che forniscono una stima di  $\delta \mathbf{p}$  vicina a quella del metodo lento ma convergente detto *steepest descent*) vengono usati quando si è lontani dalla soluzione
- valori piccoli di  $\mu$  (che forniscono una stima di  $\delta \mathbf{p}$  vicina a quella del metodo più veloce ma meno robusto detto *Gauss-Newton*) vengono usati quando la soluzione è vicina.

Il processo termina quando :

- l'errore residuo  $\|\mathbf{f}(\mathbf{p}^*)\|^2$  è inferiore ad una soglia prefissata
- la grandezza  $\|\delta \mathbf{p}\|^2$  del vettore  $\delta \mathbf{p}$  è inferiore ad una soglia prefissata

- è stato eseguito il numero massimo consentito di iterazioni

Per la risoluzione del sistema lineare stata utilizzata una scomposizione SVD. La matrice Jacobiana viene approssimata nelle varie fasi di iterazione tramite calcolo del rapporto incrementale.

L'algoritmo converge generalmente verso il minimo locale più vicino alla ipotesi iniziale, che non è necessariamente il minimo assoluto ricercato della funzione di costo  $F(\mathbf{p})$ .

### Riferimenti

- [1] Girolamo Fantoni, "Orologi Solari - Trattato completo di Gnomonica", Technimedia, Roma, 1988
- [2] Riccardo Anselmi, "Illuminazione di una parete verticale sovrastante un tetto sporgente", GI n. 14, Febbraio 2008
- [3] Gianni Ferrari, "Relazioni e Formule per lo studio delle Meridiane Piane"
- [4] Gianni Ferrari, "Un semplice orologio solare", GI n. 13, Settembre 2007
- [5] Jean Meeus, "Astronomical Algorithms", 2<sup>nd</sup> Edition, Willmann-Bell, Inc.
- [6] P. Bretagnon G. Francou, "Variations Séculaires des Orbites Planétaires (VSOP)", 1987
- [7] PJ Naughter, AA+ v1.30, <http://www.naughter.com>
- [8] Espenak Meeus, "Historical Values of Delta T ( $\Delta T$ )", NASA Portal, <http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEhelp/deltat2004.html>
- [9] Espenak Meeus, "Polynomial Expressions for Delta T ( $\Delta T$ )", NASA Portal, <http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEhelp/deltatpoly2004.html>
- [10] K. Madsen H.B. Nielsen O. Tingleff, "Methods for non-linear least squares problems", Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 2<sup>nd</sup> Edition, April 2004
- [11] Manolis I. A. Lourakis, "A Brief Description of the Levenberg-Marquardt Algorithm Implemented by levmar", February 11, 2005